

VORLESUNG

Automatisierung industrieller Workflows

Teil C: Die Sprache SLX

- Einführung und Grundkonzepte -

Joachim Fischer

Position (letzte Vorlesung)

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Erg

1. SLX-Überblick
2. Syntaxkonventionen
3. Elementare Datentypen
4. Klassen
5. Objekte
6. Typ Set
7. Anweisungen, Prozeduren
8. Einfache Ausgabe
9. Modellierungselemente in SLX (allgemein)
10. Prozesse und Pucks
11. Beispiel (Drucker, Druckjobs)
12. SLX- Laufzeitsystem (Simulator-Kern)
13. Zeitkonzepte
14. **Scheduling-Operationen**
15. Innere Parallelität: Child-Pucks per fork
16. Prioritäten
17. **Zusammenfassung**

Laufzeitvergleich bei Variation der Job-Queues

• Simulation für kleine und große Warteschlangenlängen

Konzept= Set	Kleine Länge {1}	“Mittlere” Länge	Große Länge
Zwischenankunft	[10, 20] gleichv.	[1, 14] gleichv.	[1, 10] gleichv.
gedruckte Jobs	35 040 320	700 851	95 498
durchschnittl.WZ	10.09 s	322 s [max #2.056	6 422 372 s [max# 27.610]
Ausführungszeit	4.38 s	0,26 s	0,05 s

Konzept= Control	Kleine Länge	Kleine Länge	Große Länge
Zwischenankunft	[10, 20] gleichv.	[1, 14] gleichv.	[1, 10] gleichv.
gedruckte Jobs	35 040 320	700 851	95 498
durchschnittl.WZ	10.09 s	5 058 949 s [max #2.056	6 422 372s [max# 27.610]
Ausführungszeit	6.3 s	5.27 min	82s

Konzept= List	Kleine Länge	Kleine Länge	Große Länge
Zwischenankunft	[10, 20] gleichv.	[1, 14] gleichv.	[1, 10] gleichv.
gedruckte Jobs	35 040 320	700 851	95 498
durchschnittl.WZ	475.08 s	5 058 949 s [max #2.056]	6 422 372s [max# 27.610]
Ausführungszeit	3.1 s	4.63 min	45s

Warteschlangen-Implementierungsvarianten

- **Control-Variablen**

sollten **nicht** für Warteschlangen benutzt werden
(Konzeptmißbrauch)

- **List-Variante:**

Wenn FIFO oder dynamische Prioritätsvergabe zum Einsatz kommt

wait list= ... und **reactivate list=...** garantieren FIFO
(bei Prioritätsgleichheit)

sonst nach Prioritätsklassen in LMP

- **Set-Variante:**

- übliches Konzept,
aber kein Pointer möglich
- muss Attribut einer Klasse
werden

```
type job_queue set(PrinterJob);
job_queue jq;
pointer (job_queue) Ptr_jq;
** Semantic error: an object class name is required here;
** "job_queue" is a set(*)
```

```
class PrinterJob ( in int in_job_num ) {
    int job_number;
    pointer ( puck ) my_puck;
```

```
pointer (JobQueue) jq;
|
passive class JobQueue {
    set(PrinterJob) q;
};
```

```
class PrinterJob ( in int in_job_num ) {
    int job_number;
    pointer ( puck ) my_puck;
```

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Erg

1. **Charakterisierung von Zufallsgrößen**

2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen

3. Die Klasse `rn_stream`
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen

4. Einstellung von Startwerten

5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen

6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen

7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen

8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX

9. Beispiel: PrinterJob

Rolle von Wahrscheinlichkeit u. Statistik in der Simulation

- Einflüsse der Systemumgebung oder Systemabläufe selbst unterliegen häufig dem **Zufall**
- Simulationsergebnisse sind dann als **Stichprobe** eines statistischen Experiments anzusehen
- Auf der Grundlage vieler Stichproben (**Stichprobenraum**) können
 - statistische Kennwertprofile und
 - Konfidenzaussagen
(Aussagen zur Zuverlässigkeit der Ergebnisse)abgeleitet werden
- **wichtig:** der Einfluss des Zufalls muss im Simulationsexperiment **wiederholbar** dargestellt werden können:
 - ~ Test von Simulationsmodellen,

**Wiederholbarkeit eines Experiments
durch Dritte**

~ Prinzip guter wissenschaftlicher Praxis

Zufallszahlen im Original und Modell

1. Realität \leftrightarrow Modell

reale Zufallsgrößen werden durch mathematische Modelle (Funktionen) approximiert:

- *Verteilungsfunktion, Dichtefunktion, statistische Kenngrößen*

2. Modell $\leftarrow \rightarrow$ Modell

es bestehen mathematische Zusammenhänge zwischen einzelnen Verteilungsfunktionen:

- *beliebige Verteilungsfunktionen lassen sich durch (0,1)-gleichverteilte Verteilungsfunktionen approximieren*

3. Modell $\leftarrow \rightarrow$ Berechnungsmodell

determiniert berechnete Folgen von (0,1)-Werten lassen sich als Approximationen von Verteilungsfunktionen realer Zufallsgrößen verwenden

Zufallsgrößen

Zufallsgrößen:= zufällige Ereignisse --> Zahlen

reale Zufallsgrößen und ihre Verteilungsfunktionen

Diskrete Zufallsgrößen:= Größen, die endliche oder abzählbar-unendlich viele verschiedene Werte annehmen können

Beispiel:

- Auszählen der Stillstände einer Maschine während einer Werksschicht
- Registrierung der Anzahl von Gesprächen in einer Telefonvermittlung

Stetige Zufallsgrößen:= Größen, die jeden beliebigen Wert innerhalb eines Intervalls der Zahlengerade annehmen können

Beispiel:

- Durchmesser von Antriebswellen (nach Bearbeitung an einem Drehautomaten): alle Werte innerhalb eines vorgeschriebenen Toleranzbereiches

Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße

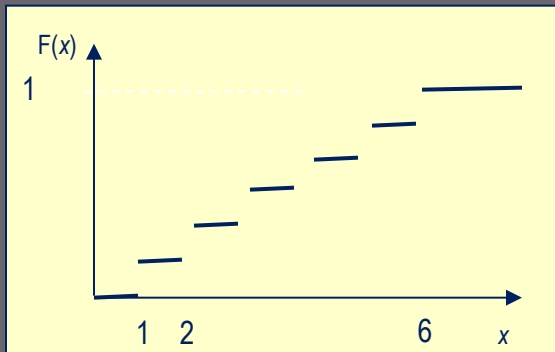
Charakterisierung einer Zufallsgröße X

- X nimmt bei jedem Versuch zufällig einen bestimmten Wert an
- Werte genügen einer Verteilungsfunktion

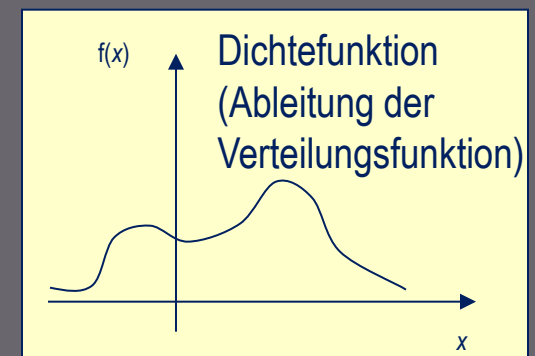
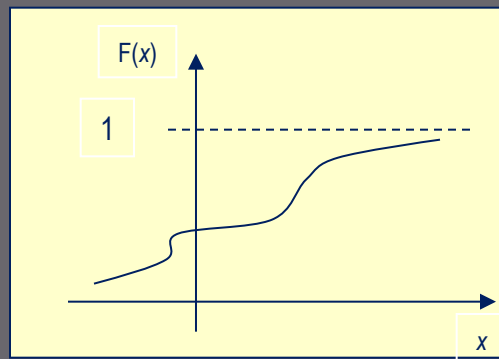
Verteilungsfunktion: $F_X(x) = P(X \leq x)$,
der Wert von F_X (Verteilungsfunktion der Größe X) ist
an der Stelle x ist **gleich der Wahrscheinlichkeit**,
dass X einen Wert unterhalb von x annimmt.

x durchläuft alle Werte der reellen Zahlengerade

diskret



kontinuierlich



Verteilungsfunktion als kumulative Dichtefunktion

Diskrete Zufallsgrößen

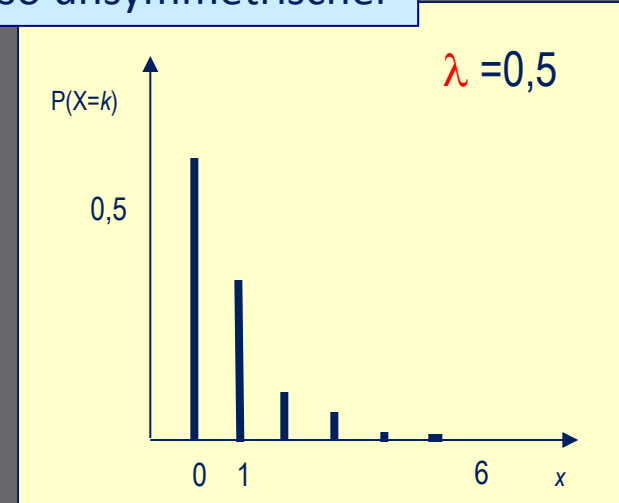
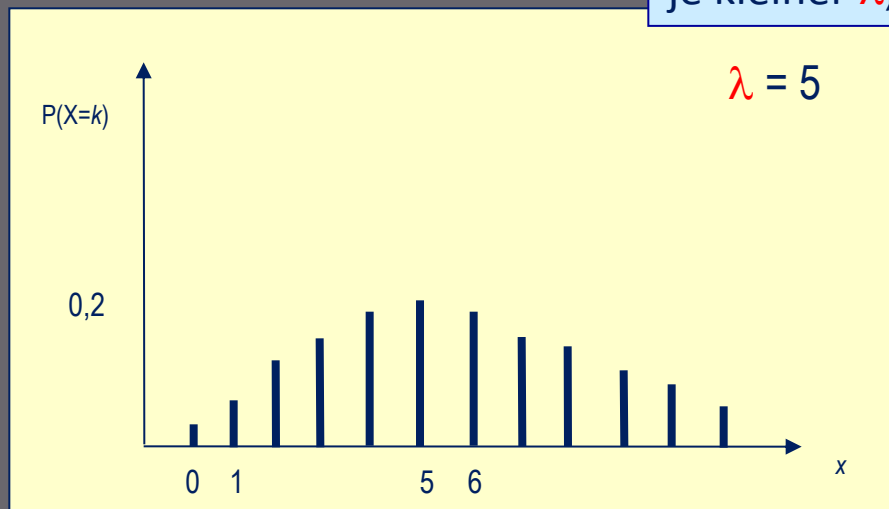
Beispiel einer diskreten Zufallsgröße X:

- X beschreibt Ereignisregistrierungen (Anzahl) in einem bestimmten Zeitbereich (X nimmt bei jedem Versuch zufällig einen best. Wert an)
- Werte genügen einem gleichen Typ von Verteilungsfunktion (**Poisson**)
- λ ist die mittlere Anzahl

Ereignisse

- Anzahl beobachteter Sternschnuppen in einer bestimmter Zeitspanne
- Anzahl registrierter Telefonanrufe in einer best. Zeitspanne
- Anzahl von Ankünften von Kunden einer Service-Einrichtung in best. Zeitspanne

je kleiner λ , umso unsymmetrischer



Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsgrößen

Poisson-Verteilung:

beschreibt Ereignisregistrierungen (Anzahl)
in einem bestimmten Zeitbereich

$$\text{Verteilungsfunktion:} = F_X(x) = \sum_{k < x} P(X=k) = \sum_{k < x} \lambda^k / k! * e^{-\lambda},$$

falls $x > 0$, sonst 0

$\mu = \lambda$, Erwartungswert
 $\sigma^2 = \lambda$, Streuung

bedeutsam: Poisson-Verteilung steht im Zusammenhang
mit der Exponentialverteilung:

Sei X Poisson-verteilte Zufallsgröße mit Erwartungswert λ
dann ist die **Zwischenankunftszeit** zweier aufeinanderfolgender Ereignisse
exponential-verteilt mit Erwartungswert $1/\lambda$

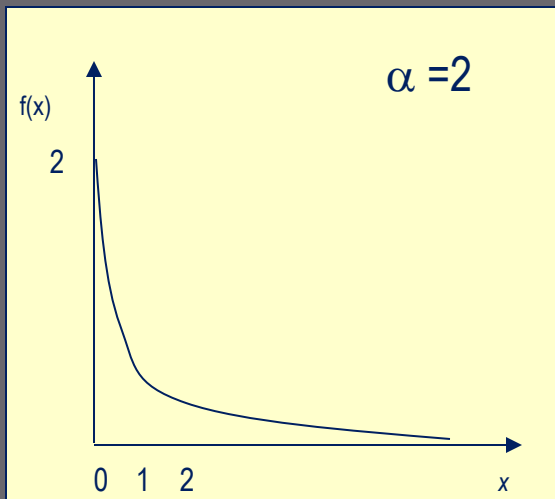
Stetige Zufallsgrößen

Beispiel einer stetigen Zufallsgröße X :

- X nimmt bei jedem Versuch zufällig einen bestimmten Wert an
- Werte genügen einer (negativen) Exponential-Verteilungsfunktion

Dichtefunktion $f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$, falls $x \geq 0$, sonst 0

Verteilungsfunktion $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}$, falls $x \geq 0$, sonst 0



- Zeitabstände zwischen Ankunftsereignissen von Ringstapeln in einer Schicht
- Dauer von Telefongesprächen
- Lebensdauer von Lebewesen, Maschinen, ...

$$\mu = 1/\alpha$$
$$\sigma^2 = 1/\alpha^2$$

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse `rn_stream`
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

Pseudozufallszahlen

... als Approximationen echter Zufallsgrößen

Iterationsverfahren

x_0 – beliebig aus $[1, 10]$, z.B.: 2

$$x_{k+1} \equiv 2 * x_k \bmod 11 \quad (k= 0, 1, 2, \dots)$$

→ Zahlenfolge mit Periode p :

$x_0 = 4, 8, 5, 10, 9, 7, 3, 6, 1, 2, 4, \dots$ (Wiederholung)

in Abhängigkeit vom Startwert

- ergibt sich eine periodische Folge von determinierten Zahlen, die als Zufallszahlenfolge interpretiert werden kann

Warum sind reproduzierbare Zufallszahlen enorm wichtig für die Simulation?

Ein einfacher Pseudozufallszahlengenerator

```
passive class Random {  
    int u;  
    initial( int uu) {  
        u= uu; if u < 1 or u>10 { error(...); ...};  
    }  
    procedure next () returning double {  
        u:= 2*u;  
        if u>11 { u= u-11; };  
        return  
            double(u) / 11.0;  
    }  
}
```

Warum sind individuelle Startwerte
der Generatoren wichtig für die Simulation?

Individuelle Startwerte: eigene Folgen von Zufallszahlen

```
pointer (Random) s1, s2, s3;  
s1= new Random(2); s2= new Random(9); s3 = new Random(7);
```

```
s1->next(); // .636, .273, .545, ...  
s2->next(); // .364, .727, .455, ...  
s3->next(); // .273, .545, .091, ...
```

Linearer Generator

Generator für gleichverteilte **26-Bit-Zufallswerte**

$$q = 67.099.547 = 2^{26} - 1$$

Kongruenzmethode

- multiplikative Variante (Iterationsverfahren mit Startwert x_0)

$$x_{j+1} \equiv k x_j \pmod{q}$$

$$x_{j+1} \equiv 8192 x_j \pmod{67.099.547} \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

→ Zahlenfolge mit **sehr großer** Periode $p = 67.099.546$:

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{p-1}, x_p = x_0, x_1, x_2, \dots$$

Algorithmus für Startwerte (unabhängiger) Generatoren

$$u_0 = 907 \quad (\text{erster Startwert eines Generators})$$

$$u_{k+1} \equiv 36.855 * u_k \pmod{67.099.547}$$

liefert für **500** Generatoren unabhängige Zahlenfolgen der Länge **120.000**
(ohne dass eine Folge, in die andere „hineinläuft“)

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. **Die Klasse `rn_stream`**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

SLX-Generatortyp

SLX verwendet (multiplikativen) Lehmer-Generator:

$$x_{n+1} = c x_n \pmod{M}$$

c, x_i ganze Zahlen aus $[0, M)$

$$r_n = x_n / M$$

r_i aus Intervall $[0,1)$

$$M = 2^{31} - 1$$

$$c = 742\,938\,285$$

~ implementiert in der Klasse `rn_stream`

SLX-Klasse `rn_stream`

- vordefinierte passive Klasse
liefert Basiszufallszahlenfolge aus `[0.0, 1.0)`

`{passive} rn_stream`

int	<code>seed</code>	<code>//aktueller Wert des Generators</code>
int	<code>start</code>	<code>//Startposition des Generators</code>
int	<code>count</code>	<code>//Anzahl bisher gelieferter Zufallszahlen</code>
boolean	<code>antithetic_switch</code>	<code>//Generatortyp</code>
histogram	<code>histo</code>	<code>// Häufigkeitsklassen [0..15]</code>
string(*)	<code>title</code>	<code>//Titel für Reportausgabe</code>

- bei der Erzeugung lassen sich Startwert, Titel und Typ festlegen

```
rn_stream object_ident [seed= start_value] [antithetic] [title= string]
```

- alle erzeugten Generatoren werden in einer spezifischen internen SLX-Liste erfasst (automatische Erzeugung von Report-Ausgaben usw.)

Beispiele

```
rn_stream base1;  
rn_stream base2;  
rn_stream base3;  
rn_stream base31 seed = 800000 antithetic;  
rn_stream base4;  
rn_stream base5;  
rn_stream base6;  
rn_stream base7;
```

	Sample	Initial	Current	Antithetic	Chi-Square
Random Stream	Count	Position	Position	Variates	Uniformity
base1	500000	400000	900000	OFF	0.59
base2	1956428	600000	2556428	OFF	0.98
base3	1000000	800000	1800000	OFF	0.95
base31	1000000	800000	1800000	ON	0.95
base4	500000	1000000	1500000	OFF	0.34
base5	500000	1200000	1700000	OFF	0.61
base6	3500621	1400000	4900621	OFF	0.85
base7	750082	1600000	2350082	OFF	0.57

Startwert := alter Startwert + 200.000

letzter Wert

Chi-Square Uniformity

Test einer Verteilung

1. **Hypothese**: Daten stammen von einer bestimmten Verteilung
2. Bestimmung der **Wahrscheinlichkeit**, mit der die Hypothese gilt
3. Falls die Wahrscheinlichkeit unter einem bestimmten **Schwellwert** liegt, ist Hypothese für diesen Schwellwert zu verwerfen

Chi-Quadrat-Test:

- Unterteilung des Intervalls in Teilintervalle: $[0, 1/k), [1/k, 2/k), \dots [(k-1)/k, 1)$
- Von **N** Beobachtungen sollten im Mittel $N/(k-1)$ in jedem Teilintervall liegen
- Sei n_j die Zahl der Beobachtung für das j -te Intervall
bestimme Chi-Quadrat als

$$k/N \sum_{j=1}^k (n_j - N/k)$$

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. **Einstellung von Startwerten**
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

Dynamische Generatoränderungen

... individuell für jeden Generator durch Ausführung einer Anweisung möglich: Setzen einer neuen Position

```
rn_seed object_ident = [ new  
                        value ] [antithetic]
```

*automatische Wahl
sichert
Folgen, die
mind. 1 Mill Stellen
unabhängig von anderen ist*

Iterationsverfahren mit Startwert x_0

$$x_{j+1} \equiv k x_j \bmod q \quad (j = 0, 1, 2, \dots)$$

liefert Zahlenfolge mit Periode p :

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_{p-1}, x_p = x_0, x_1, x_2, \dots$$

Generator für **gleichverteilte**
(31 Bit-) Zufallswerte
mit **maximaler Periode**

$$q = 2^{31} - 1,$$

$$k = 742\,938\,285,$$

$$p = 2^{31} - 2 = 2.147.483.646$$

Generator für **(0,1)-gleichverteilte** Zufallswerte

per Transformation : $y_i = x_i/q$

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. **Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen**
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

Antithetische Zufallszahlen

- Auf dem Intervall $[0.0, 1.0)$ wird der Zufallszahl ξ mittels $\xi \rightarrow 1-\xi$ ihre **antithetische Zahl** zugeordnet.
- Für streng monotone Funktionen kann durch Verwendung von antithetischen Zufallszahlen die Varianz verkleinert werden.

Achtung: Wir werden dies später aufgreifen

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. **SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen**
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

Schema zur Berechnung von Zufallszahlen

```
rn_stream arrive seed= 123456;
```

$$x_{j+1} \equiv k x_j \bmod q \quad (j= 0, 1, 2, \dots)$$

mit spezieller Anweisung

Filter
Histogramme

Erzeugung
positiver
gleichverteilter
int-Werte
[0, maxInt)

Transformation in
gleichverteilte
Gleitkommazahlen
(double)
[0.0, 1.0)

spezifische
Transformation in
die gewünschte
Zielverteilungs-
funktion

evtl.
Adaption

```
frn (arrive); // liefert bei jedem Aufruf  
// neue [0,1)-Zufallszahl
```

- Theoretische Verteilungsfunktionen
- Empirische Verteilungsfunktionen
- Bezier-Verteilungsfunktionen

Beispiel:

```
rv_expo (arrive); //liefert bei jedem Aufruf  
// neue Zufallszahl entspr. Exponentialverteilung
```

Zufallsfunktion	SLX-Bezeichner	Parametertyp und Parametername	Typ des Rückgabewertes
[0,1]	frn	rn_stream r	float
Bernoulli-Verteilung	rv_bernoulli	rn_stream r double probability	int
Beta-Verteilung	rv_beta	rn_stream r double alpha1 double alpha2	float
Bezier-Verteilung	rvBezier	rn_stream r rvBezier_data b	double
Binomial-Verteilung	rv_binomial	rn_stream r int trials double probability	int
Negative Binomial-Verteilung	rv_negative_binomial	rn_stream r int successes double probability	int
Cauchy-Verteilung	rv_cauchy	rn_stream r double location double scale	double
χ^2 -Verteilung	rv_chi_square	rn_stream r int dof	double
Dreiecks-Verteilung	rv_triangular	rn_stream r double xmin double xmode double xmax	float
Erlang-Verteilung	rv_erlang	rn_stream r int m double beta	float
Extremwert-Verteilung A	rv_extreme_value_a	rn_stream r double gamma double beta	float
Extremwert-Verteilung B	rv_extreme_value_b	rn_stream r double gamma double beta	float

Exponential-Verteilung	rv_expo	rn_stream r double xmean	float
Exponential-Power-Verteilung	rv_expo_power	rn_stream r double location double scale double shape	double
F-Verteilung	rv_F	rn_stream r int dof1 int dof2	double
Fehler-Verteilung	rv_error	rn_stream r double precision	double
Gamma-Verteilung	rv_gamma	rn_stream r double alpha double beta	float
Inverse Gauß-Verteilung	rv_inverse_gaussian	rn_stream r double alpha double beta	float
Geometrische-Verteilung	rv_geometric	rn_stream r double probability	int
Gleichverteilung	rv_uniform	rn_stream r double mean double spread	float
Gleichverteilung, diskret	rv_discrete_uniform	rn_stream r int lower_endpt int upper_endpt	int
Bounded Johnson-Verteilung	rv_bounded_johnson	rn_stream r double alpha1 double alpha2	float
Unbounded Johnson-Verteilung	rv_unbounded_johnson	rn_stream r double alpha1 double alpha2	float
Laplace-Verteilung	rv_laplace	rn_stream r double gamma double beta	float

Log-Laplace-Verteilung	rv_log_laplace	rn_stream r double alpha double beta	float
Logistic-Verteilung	rv_logistic	rn_stream r double gamma double beta	float
Log-Logistic-Verteilung	rv_log_logistic	rn_stream r double location double scale double shape	double
Log-Series-Verteilung	rv_log_series	rn_stream r double shape	int
Normal-Verteilung	rv_normal	rn_stream r double xmean double xstd	float
Log-Normal-Verteilung	rv_log_normal	rn_stream r double mean double variance	float
Pareto-Verteilung	rv_pareto	rn_stream r double location double scale	double
Pearson5-Verteilung	rv_pearson5	rn_stream r double alpha double beta	float
Pearson6-Verteilung	rv_pearson6	rn_stream r double alpha1 double alpha2 double beta	float
Poisson-Verteilung	rv_poisson	rn_stream r double mean	int
Power-Verteilung	rv_power	rn_stream r double lower_bound double upper_bound double shape	double

Random-Walk	rv_random_walk	rn_stream r double alpha double beta	float
Rayleigh-Verteilung	rv_rayleigh	rn_stream r double location double scale	double
t-Verteilung	rv_t	rn_stream r int dof	double
Wald-Verteilung	rv_wald	rn_stream r double location double shape	double
Weibull-Verteilung	rv_weibull	rn_stream r double alpha double beta	float
Invertierte Weibull-Verteilung	rv_inverted_weibull	rn_stream r double alpha double beta double gamma	float

```
rn_stream s; // [0,1]-Zufallszahlen
```

```
double val= rv_normal (s, 0.0, +10.0);  
// normal-verteilte Zufallszahlen
```

Bearbeitung, Aufruf, Erfassung von Zufallszahlen

- Häufig wird nur ein bestimmter Bereich aus dem Gesamtbereich einer Verteilungsfunktion benötigt

```
rn_stream s; //Objekt zur Erzeugung von [0,1]-Zufallszahlen
```

```
random_input name = rv_normal (s, 2.0, 1.5) //genutzte Verteilungsfunktion  
accept ( 0, 10 ) //eingeschränkter Teilbereich  
histogram start=0 width=1 count=10  
title= "...";
```

Anweisung

- generiert wird:

```
procedure sample_name returning double {  
    //Prozedur zum Aufruf  
}
```

- Aufruf:

```
double val= sample_name()
```

Beispiel: Quelltext

```
//*****  
// Example EX-Zufall  
//*****  
import <stats>  
module basic {  
    rn_stream base2;  
    rn_stream base3;  
    rn_stream base31 seed = 800000 antithetic;  
  
    random_input norm_half= rv_normal( base2 ,0.5,5.0 )  
        accept(0.0,10.0)  
        histogram start=0.0 width=1.0 count=10;  
  
    random_input norm_full= rv_normal( base3 ,0.5,5.0 )  
        histogram start=-15 width=1 count=30;  
  
    int aufrufe= 100000;  
    double random;  
  
    procedure main() {  
        print ( aufrufe) "Versuchszahl : _\n";  
  
        while (aufrufe>0) {  
            aufrufe--;  
            random= sample_norm_half();  
            random= sample_norm_full();  
        }  
  
        report (system);  
    }  
}  
}  
}
```

Random Variable	#Observed	Mean or -Value	Std Dev or -Error	Sig. Digits	Minimum	Maximum
norm_full	100000	0.483	5.014		-21.79	22.82

Lower	Upper	Frequency	Percent	
-15.0	-14.0	76	0.076	
-14.0	-13.0	160	0.160	
-13.0	-12.0	255	0.255	*
-12.0	-11.0	469	0.469	**
-11.0	-10.0	735	0.735	****
-10.0	-9.0	1099	1.099	*****
-9.0	-8.0	1619	1.619	*****
-8.0	-7.0	2275	2.275	*****
-7.0	-6.0	3092	3.092	*****
-6.0	-5.0	3874	3.874	*****
-5.0	-4.0	4800	4.800	*****
-4.0	-3.0	5829	5.829	*****
-3.0	-2.0	6635	6.635	*****
-2.0	-1.0	7313	7.313	*****
-1.0	0.0	7748	7.748	*****
0.0	1.0	8087	8.087	*****
1.0	2.0	7802	7.802	*****
2.0	3.0	7342	7.342	*****
3.0	4.0	6552	6.552	*****
4.0	5.0	5885	5.885	*****
5.0	6.0	4759	4.759	*****
6.0	7.0	3785	3.785	*****
7.0	8.0	2926	2.926	*****
8.0	9.0	2210	2.210	*****
9.0	10.0	1653	1.653	*****
10.0	11.0	1127	1.127	*****
11.0	12.0	677	0.677	****
12.0	13.0	468	0.468	**
13.0	14.0	290	0.290	*
14.0	15.0	152	0.152	

Underflow:	109	Average Underflow:	-16.50
Overflow:	197	Average Overflow:	16.44

Random Variable	#Observed	Mean or -Value	Std Dev or -Error	Sig. Digits	Minimum	Maximum
norm_half	100000	3.732	2.551		0.00	10.00

Lower	Upper	Frequency	Percent	
0.0	1.0	15859	15.859	*****
1.0	2.0	15387	15.387	*****
2.0	3.0	14290	14.290	*****
3.0	4.0	12936	12.936	*****
4.0	5.0	11246	11.246	*****
5.0	6.0	9397	9.397	*****
6.0	7.0	7514	7.514	*****
7.0	8.0	5805	5.805	*****
8.0	9.0	4389	4.389	*****
9.0	10.0	3177	3.177	*****

Random Variable	#Observed	Mean or -Value	Std Dev or -Error	Sig. Digits	Minimum	Maximum
norm_full	500000	0.501	5.005		-21.92	25.48

Lower	Upper	Frequency	Percent	
-15.0	-14.0	76	0.076	
-14.0	-13.0	160	0.160	
-13.0	-12.0	255	0.255	*
-12.0	-11.0	469	0.469	**
-11.0	-10.0	735	0.735	****
-10.0	-9.0	1099	1.099	*****
-9.0	-8.0	1619	1.619	*****
-8.0	-7.0	2275	2.275	*****
-7.0	-6.0	3092	3.092	*****
-6.0	-5.0			
-5.0	-4.0			
-4.0	-3.0			
-3.0	-2.0			
-2.0	-1.0			
-1.0	0.0			
0.0	1.0			
1.0	2.0			
2.0	3.0			
3.0	4.0			
4.0	5.0			
5.0	6.0			
6.0	7.0			
7.0	8.0			
8.0	9.0			
9.0	10.0	1653	1.653	*****
10.0	11.0	1127	1.127	*****
11.0	12.0	677	0.677	****
12.0	13.0	468	0.468	**
13.0	14.0	290	0.290	*
14.0	15.0	152	0.152	

Random Stream	Sample Count	Initial Position	Current Position	Antithetic Variates	Chi-Square Uniformity
base1	500000	400000	900000	OFF	0.59
base2	1956428	600000	2556428	OFF	0.98
base3	1000000	800000	1800000	OFF	0.95
base31	1000000	800000	1800000	ON	0.95
base4	500000	1000000	1500000	OFF	0.34
base5	500000	1200000	1700000	OFF	0.61
base6	3500621	1400000	4900621	OFF	0.85
base7	750082	1600000	2350082	OFF	0.57

Random Variable	#Observed	Mean or -Value	Std Dev or -Error	Sig. Digits	Minimum	Maximum
norm_full_antith	500000	0.499	5.005		-24.48	22.92

Lower	Upper	Frequency	Percent	
-15.0	-14.0	413	0.083	
-14.0	-13.0	847	0.169	*
-13.0	-12.0	1410	0.282	*
-12.0	-11.0	2333	0.467	**
-11.0	-10.0	3599	0.720	****
-10.0	-9.0			
-9.0	-8.0			
-8.0	-7.0			
-7.0	-6.0			
-6.0	-5.0			
-5.0	-4.0			
-4.0	-3.0			
-3.0	-2.0			
-2.0	-1.0			
-1.0	0.0			
0.0	1.0			
1.0	2.0			
2.0	3.0			
3.0	4.0			
4.0	5.0			
5.0	6.0			
6.0	7.0			
7.0	8.0			
8.0	9.0	11254	2.251	*****
9.0	10.0	8034	1.607	*****
10.0	11.0	5434	1.087	*****
11.0	12.0	3612	0.722	****
12.0	13.0	2264	0.453	**
13.0	14.0	1426	0.285	*
14.0	15.0	819	0.164	*

```

rn_stream base2;
rn_stream base3;
rn_stream base31 seed = 800000 antithetic;

random_input norm_full= rv_normal( base3 ,0.5,5.0 )
histogram start=-15 width=1 count=30;
random_input norm_full_antithetic= rv_normal( base31 ,0.5,5.0 )
histogram start=-15 width=1 count=30;

```

Underflow: 451 Average Underflow: -16.30
Overflow: 886 Average Overflow: 16.48

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

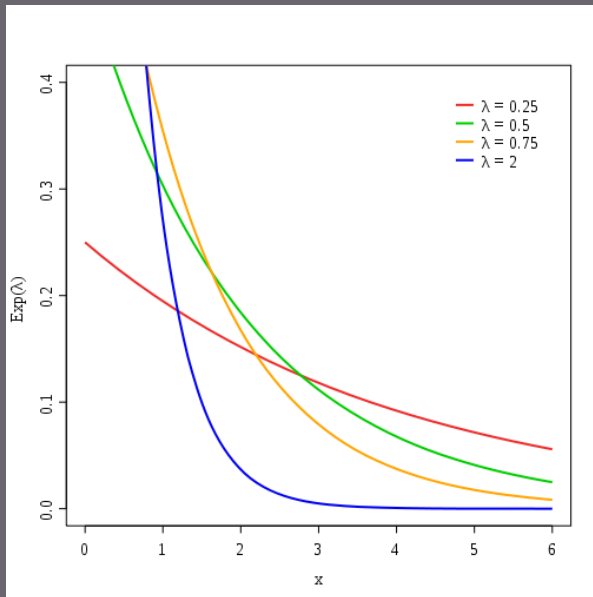
© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. **Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen**
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. Beispiel: PrinterJob

Transformationsalgorithmen

exponentialverteilte Pseudo-Zufallszahlen



```
rn_stream arrive seed= 123456;
```

```
rv_expo (arrive, 2.0); // liefert bei jedem Aufruf  
// neue Zufallszahl mit  
// Erwartungswert 2.0
```

$\{y_i\}$ sei (0, 1)- verteilte Zufallszahlenfolge

$$x_i = (-1/\lambda) * \ln(1 - y_i) \quad (i=0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$x_i = (-1/\lambda) * \ln(y_i) \quad (i=0, 1, 2, 3, \dots)$$

→ $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{p-1}, x_p = x_0, x_1, x_2, \dots$
exponential-verteilte Zufallswerte mit Erwartungswert λ

Transformationsalgorithmen

normalverteilte Pseudo-Zufallszahlen

seien y_1 und y_2 zwei aufeinander folgende Wert einer (0, 1)- gleichverteilten Zufallszahlenfolge

$$x_1 = \sqrt{-2 \ln(y_1) \sin(2\pi y_2)}$$

$$x_2 = \sqrt{-2 \ln(y_1) \cos(2\pi y_2)}$$

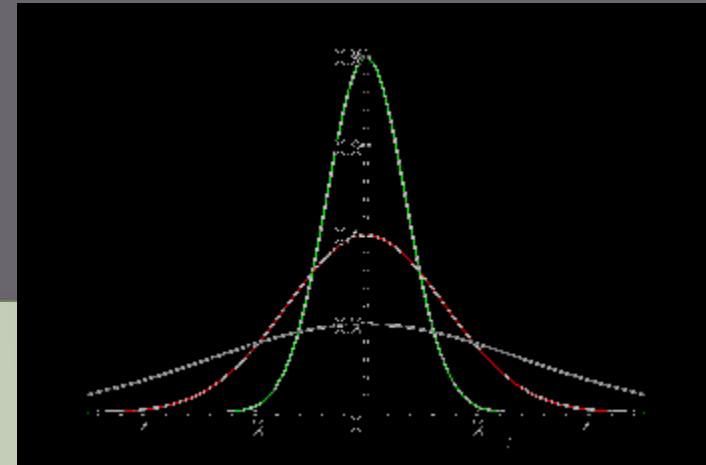
→ $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{p-2}, x_{p-1} = x_0, x_1, x_2, \dots$
normal-verteilte Zufallswerte
mit Erwartungswert 0.0 und
Standardabweichung 1.0

$$z_i = m + s x_i$$

`rn_stream fehler;`

`rv_normal (fehler, 5.2, 3.32);`

normal-verteilte Zufallswerte
mit gewünschtem Erwartungswert m und gewünschter Standardabweichung s



verschiedene
Standardabweichungen
0.5
1.0
2.0
bei Mittelwert 0.0

Transformationsalgorithmen

ganzzahlige Pseudo-Zufallszahlen aus einem vorgeg. Intervall
(z.B.: [1, 6] ~ Würfel)

$\{y_i\}$ sei (0, 1)- verteilte Zufallszahlenfolge

$$x_i = a + (b-a) * y_i$$

$\{x_i\}$ nimmt gleichverteilte Werte des Intervalls [a, b] an

```
rn_stream wuerfel;
```

```
rv_discrete_uniform (wuerfel, 1, 6);
```

Inhalt C.2)

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

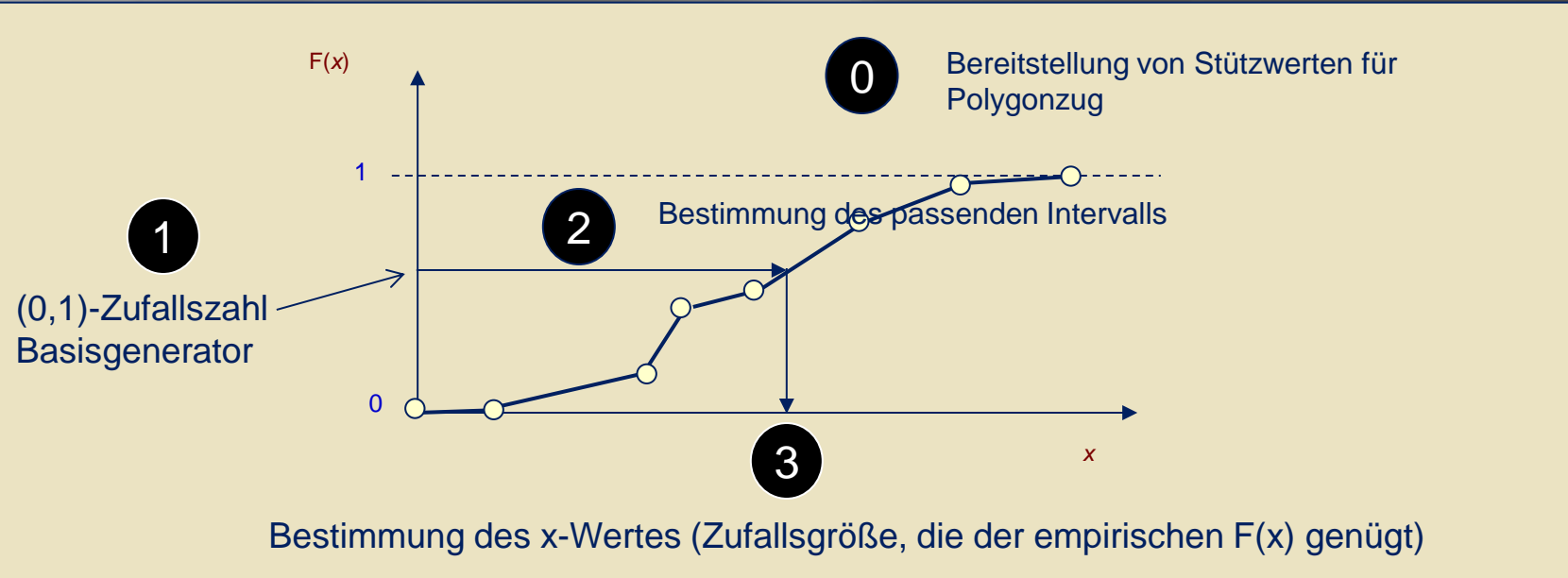
1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. **Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX**
9. Beispiel: PrinterJob

Empirische Verteilungsfunktionen

Vor.: aufgezeichnetes Histogramm einer beobachteten Größe
Häufigkeit für Werte in Werteklassen, daraus: kumulative Häufigkeit $F(x)$

→ Polygonzug über $(x, F(x))$ -Stützwerte als Verteilungsfunktion:

Methode zur Ermittlung einer Zufallszahl entsprechend einer empirischen Verteilung $F(x)$: Schritte 0 bis 3



Empirische Verteilungen

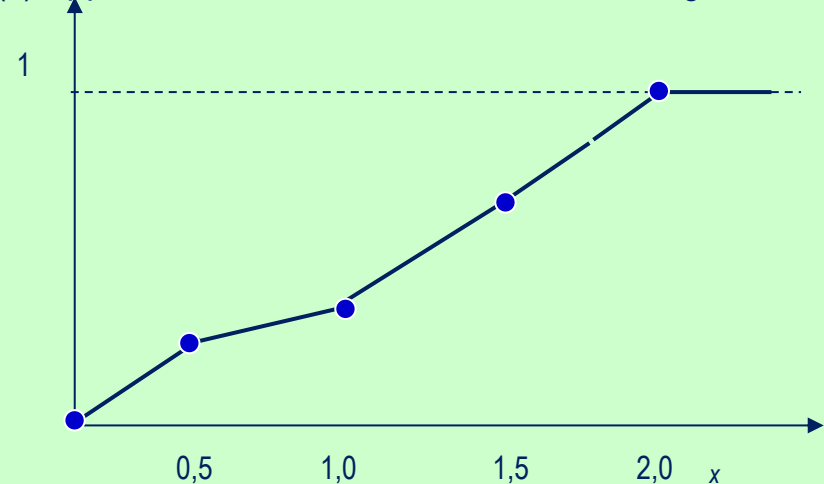
Beispiel: Aufzeichnung von 100 Reparaturzeiten

Intervall(h)	Häufigkeit	relative Häufigkeit	kummulative Häufigkeit
$0 \leq x \leq 0.5$	31	0.31	0.31
$0.5 < x \leq 1.0$	10	0.10	0.41
$1.0 < x \leq 1.5$	25	0.25	0.66
$1.5 < x \leq 2.0$	34		

Vorgehensweise:

- Erzeugung einer (0,1)- verteilten Zufallszahl
- Bestimmung des passenden Intervalls (Funktionsgleichung)
- Bestimmung der Zufallsgröße (Reparaturzeit)

F(x) Approximation der unbekanntem Verteilungsfunktion



Diskrete Empirische Verteilungen in SLX

1. Variante: Definition von Wertepaaren

```
rn_stream s;
```

```
discrete_empirical myEmpiricalFunct (  
    0.10  450,  
    0.29  750,  
    0.61  1000,  
    0.85  1500,  
    0.9   2000,  
    1.0   3000  
);
```

2. Variante: Definition per Datei mit Wertepaaren

```
discrete_empirical myEmpiricalFunct file= file_name;
```

```
procedure main() {  
    int i;  
    for (i=1; i<=5; i++) {  
        print (i, myEmpiricalFunct(s)) " ____ \n";  
    }  
}
```

```
1 3000  
2 1000  
3 1500  
4 1000  
5 1500
```

Kontinuierliche Empirische Verteilungen in SLX

1. Variante: Definition von Wertepaaren

```
rn_stream s;
```

```
continuous_empirical myEmpiricalFunct (  
    0.10  450,  
    0.29  750,  
    0.61  1000,  
    0.85  1500,  
    0.9   2000,  
    1.0   3000  
);
```

2. Variante: Definition per Datei mit Wertepaaren

```
continuous_empirical myEmpiricalFunct file= file_name;
```

```
procedure main() {  
    int i;  
    for (i=1; i<=5; i++) {  
        print (i, myEmpiricalFunct(s)) " ____ \n";  
    }  
}
```

```
1  2852  
2  872  
3  1136  
4  879  
5  1467
```

Inhalt C.2

© **Teil A**
Aspekte
dynamis

© **Teil B**
Die Mod

© **Teil C**
Die ausf
SLX

© **Teil D**
Modellie

© **C.1**
Einführung und Ba

© **C.2**
Stochastische Pro

© **C.3**
Vertiefung der SL

© **C.4**
GPSS-Elemente

© **C.5**
DISCO-Elemente

© **C.6**
Basissprache (Ergänzung)

1. Charakterisierung von Zufallsgrößen
2. Pseudozufallszahlen als Approximation von Zufallszahlen
3. Die Klasse **rn_stream**
SLX-Basisgenerator zur Erzeugung von $[0,1)$ -verteilten Pseudozufallszahlen
4. Einstellung von Startwerten
5. Antithetische $(0,1)$ -verteilte Zufallszahlen
6. SLX- Zufallszahlen verschiedener Verteilungsfunktionen
7. Mathematischer Zusammenhang der Verteilungsfunktionen
8. Behandlung empirischer Verteilungsfunktionen in SLX
9. **Beispiel: PrinterJob**

```

module basic {
  rn_stream arrivals, service ;
  int shutdown_time = 5*8*60, jobs_in;
  control integer jobs_printed ;
  float total_queueing_time;
  pointer( cl_printer ) printer;
  set ( cl_printer_job ) waiting_line; // Queue for arriving jobs
}

```

```

class cl_printer {
  boolean printer_busy;
  pointer ( puck ) my_puck; // Puck for Printer Process
  pointer ( cl_printer_job ) owner; // Current Print Job
  actions {
    my_puck = ACTIVE; // Store the Pointer of the Puck
    forever {
      wait; // Wait for Print Jobs
      // While Contents of Job Queue != 0
      while ( (first cl_printer_job in waiting_line) != NULL ) {
        // Take First Print Job
        owner = first cl_printer_job in waiting_line;
        remove owner from waiting_line ;
        printer_busy = TRUE;
        total_queueing_time += (time -
                               owner->my_puck->mark_time);
        advance rv_uniform ( service , 0.5, 15.0 ) ;
        // printing time
        printer_busy = FALSE;
        jobs_printed ++;
        // Wake up the Sleeping Print Job Process
        reactivate owner->my_puck;
        owner = NULL;
      } // while
    } // forever
  } // actions
}

```

```

class cl_printer_job ( in integer in_job_num ) {
  int job_number;
  pointer ( puck ) my_puck; // Puck for printer_job process
  initial {
    job_number = in_job_num;
  }
  actions {
    my_puck = ACTIVE; // Store the pointer of the puck
    place ME into waiting_line; // Place in Job Queue
    if ( not printer->printer_busy ) // Printer process sleeping?
      reactivate printer->my_puck;
    wait; // Sleep until wake up
    my_puck = NULL;
    terminate ;
  }
} // cl_printer_job

```

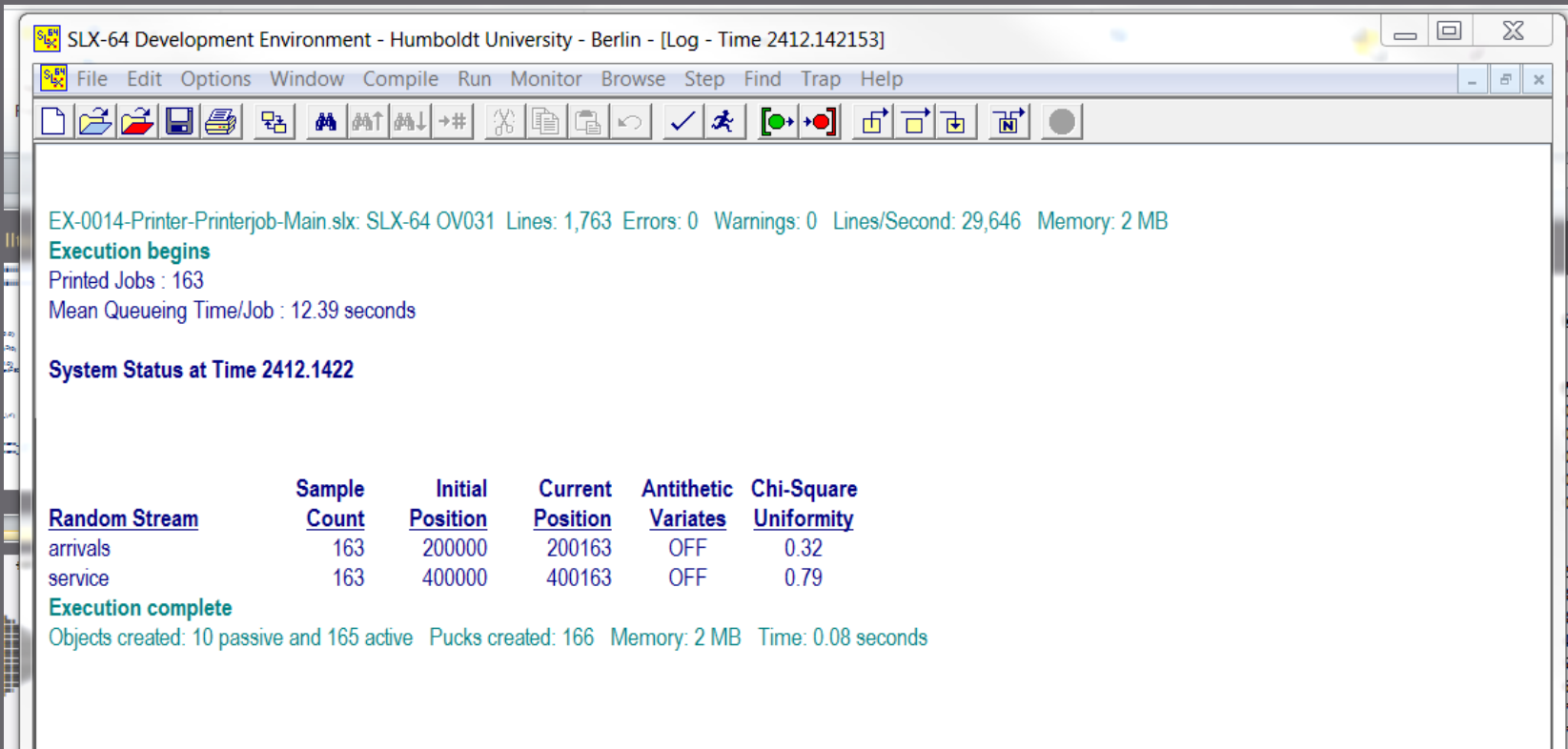
```

procedure main() {
  printer = new cl_printer ;
  activate printer;
  while (time < shutdown_time) {
    jobs_in++;
    activate new cl_printer_job ( jobs_in ); // Create new jobs
    advance rv_uniform( arrivals , 10.0, 20.0 ) ; // interarrival time
  }
  wait until ( jobs_in == jobs_printed);
  print ( jobs_printed ,
         total_queueing_time / jobs_printed * 60 )
  "Printed Jobs : _"
  "Mean Queueing Time/Job : __ seconds";
  report (system);
} // main
}

```

Report

- Statistik über alle verwendeten vordefinierte System-Elemente von SLX
hier: nur Zufallszahlengeneratoren



```
SLX-64 Development Environment - Humboldt University - Berlin - [Log - Time 2412.142153]
File Edit Options Window Compile Run Monitor Browse Step Find Trap Help
EX-0014-Printer-Printerjob-Main.slx: SLX-64 OV031 Lines: 1,763 Errors: 0 Warnings: 0 Lines/Second: 29,646 Memory: 2 MB
Execution begins
Printed Jobs : 163
Mean Queueing Time/Job : 12.39 seconds

System Status at Time 2412.1422

Random Stream      Sample      Initial      Current      Antithetic      Chi-Square
Count             Position     Position     Variates      Uniformity
arrivals          163         200000       200163       OFF             0.32
service          163         400000       400163       OFF             0.79
Execution complete
Objects created: 10 passive and 165 active Pucks created: 166 Memory: 2 MB Time: 0.08 seconds
```

- SLX bietet weitere Module mit vordefinierten Elementen
(als Klassen implementiert)